



TUGAS AKHIR - SM141501

**PERHITUNGAN FUTURES CONTRACT DENGAN  
CONVENIENCE YIELD STOKASTIK PADA  
KOMODITAS MINYAK MENTAH**

SEPTIA MARGA DARTIKA  
NRP 1213 100 019

Dosen Pembimbing:  
Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2017





FINAL PROJECT - SM141501

**PRICING FUTURES CONTRACT WITH  
STOCHASTIC CONVENIENCE YIELD ON CRUDE  
OIL COMMODITY**

SEPTIA MARGA DARTIKA  
NRP 1213 100 019

Supervisor:  
Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
Faculty of Mathematics and Natural Sciences  
Sepuluh Nopember Institute of Technology  
Surabaya 2017



LEMBAR PENGESAHAN  
PERHITUNGAN FUTURES CONTRACT  
DENGAN CONVENIENCE YIELD  
STOKASTIK PADA KOMODITAS MINYAK  
MENTAH

*PRICING FUTURES CONTRACT WITH  
STOCHASTIC CONVENIENCE YIELD ON  
CRUDE OIL COMMODITY*

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
pada  
Bidang Studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

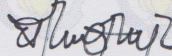
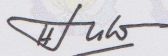
SEPTIA MARGA DARTIKA

NRP. 1213 100 019

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,



Drs. Lukman Hanafi, M.Sc  
NIP. 19640624 198803 1 001

Endah Rokhmawati M.P., Ph.D  
NIP. 19761213 200212 2 001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika

FMIPA ITS

Dr. Imam Mikhlasli, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2017





# PERHITUNGAN *FUTURES CONTRACT* DENGAN *CONVENIENCE YIELD* STOKASTIK PADA KOMODITAS MINYAK MENTAH

Nama Mahasiswa : SEPTIA MARGA DARTIKA  
NRP : 1213 100 019  
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS  
Pembimbing : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
2. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

## Abstrak

*Harga minyak di pasar internasional sangat fluktuatif yang berpengaruh secara langsung pada ekonomi masyarakat. Futures contract digunakan sebagai instrumen lindung nilai dalam komoditas minyak mentah yang dijadikan patokan dari ancaman risiko ketidakpastian perubahan harga di masa depan. Salah satu model yang digunakan dalam menentukan harga futures contract adalah model yang dibentuk berdasarkan model spot price dan model convenience yield. Untuk menentukan harga futures contract, dilakukan penyusunan sistem persamaan diferensial futures contract berdasarkan persamaan diferensial stokastik spot price dan convenience yield untuk menemukan penyelesaian dari sistem persamaan diferensial tersebut. Penyelesaian dilakukan secara numerik dengan metode beda hingga implisit yang kemudian dilakukan simulasi dan analisa grafik. Ketika nilai dari convenience yield semakin besar maka didapatkan harga futures contract yang semakin rendah pada tingkat suku bunga tertentu.*

**Kata-kunci:** *Komoditas Minyak Mentah, Futures Contract, Model Spot Price, Model Convenience Yield, Beda Hingga Implisit*





# PRICING FUTURES CONTRACT WITH STOCHASTIC CONVENIENCE YIELD ON CRUDE OIL COMMODITY

Name : SEPTIA MARGA DARTIKA  
NRP : 1213 100 019  
Department : Mathematics FMIPA-ITS  
Supervisors : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D  
2. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc

## Abstract

*The crude oil price in international market always fluctuates and it affects the price of goods and services. Futures contract is used as an instrument to protect the value of crude oil price. The model to determine the futures contract price is based on spot price and convenience yield. Partial differential equation system of futures contract is solved using implicit difference method to determine the price of futures contract. As the convenience yield grow larger, the price of futures contract decreases in some interest rate values.*

**Keywords:** *Crude Oil Commodity, Futures Contract, Spot Price Model, Convenience Yield Model, Implicit Difference Method*



## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Subhaanahu Wa Ta'aala yang telah memberikan limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini yang berjudul

### **"PERHITUNGAN *FUTURES CONTRACT* DENGAN *CONVENIENCE YIELD* STOKASTIK PADA KOMODITAS MINYAK MENTAH"**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, MT selaku Ketua Departemen Matematika ITS.
2. Ibu Endah Rokhmati M.P., Ph.D, dan Bapak Drs. Lukman Hanafi, M.Sc selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan tugas akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si, Ibu Dra. Titik Mudjiati, M.Si, dan Ibu Dra. Sri Suprpti H, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan semua saran demi perbaikan tugas akhir ini.

4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator tugas akhir dan Mas Ali yang selalu memberikan informasi mengenai tugas akhir.
5. Bapak Drs. Daryono Budi Utomo, M.Si selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMIPA ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Bapak Iskandar dan Ibuk Tutik Susilowati selaku orangtuaku tercinta serta keluarga besar yang selalu mendoakan, menguatkan, dan mendukung penulis sehingga penulis bisa sampai saat ini.
8. Mas, Mbak, dan Adik yang selalu memberikan doa, semangat, dan dukungan.
9. Zunna, Yenny, Zizi, Fania, Eka, Wimpi, Arin, Ima, Chikita, Widya, Winny, Ayu A yang selalu memberikan doa, dukungan, semangat, dan fasilitas selama penulis mengerjakan tugas akhir serta selalu menguatkan dan memberi dukungan kepada penulis
10. Ahmad Syaiful Rizal, yang selalu mendoakan dan menemani dalam pengerjaan tugas akhir ini dengan cara yang tidak terduga dan selalu ada setiap waktu.
11. Teman-teman seperjuangan 116 yang saling mendukung dan memotivasi satu sama lain.
12. Ivan, Wawan, dan Yenny yang membantu dan mengarahkan penulis dalam pengerjaan penulisan Latex dan program Matlab.

13. Uzu, Mimi, Amina, Mas Heri, Junda, Burhan, Zani yang selalu membantu dalam memahami materi tugas akhir.
14. Dulur Matematika 2013 yang selalu memberikan doa dan dukungannya kepada penulis.
15. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Terimakasih telah mendoakan dan mendukung penulis sampai dengan selesainya program ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam tugas akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Juli 2017

Penulis



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
DAFTAR LAMPIRAN	xxiii
DAFTAR SIMBOL	xxv
BAB I      PENDAHULUAN	1
1.1    Latar Belakang . . . . .	1
1.2    Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3    Batasan Masalah . . . . .	3
1.4    Tujuan . . . . .	3
1.5    Manfaat . . . . .	4
1.6    Sistematika Penulisan . . . . .	4
BAB II     TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1    Penelitian Terdahulu . . . . .	7
2.2    Komoditas Minyak Mentah . . . . .	8
2.3 <i>Futures Contract</i> . . . . .	8
2.3.1 Istilah-istilah dalam <i>Futures Contract</i> .	9
2.3.2 Mekanisme <i>Futures Contract</i> . . . . .	10

2.3.3	<i>Futures Price</i> untuk Aset Komoditas..	11
2.4	Model <i>Spot Price</i> dan model <i>Convenience Yield</i> .....	11
2.5	Model Berdasarkan Model <i>Spot Price</i> dan Model <i>Convenience Yield</i> .....	12
2.6	Lemma Ito .....	12
2.7	Metode Numerik .....	13
2.8	Metode Beda Hingga .....	13
2.8.1	Metode Beda Hingga Eksplisit .....	14
2.8.2	Metode Beda Hingga Implisit .....	15
2.8.3	Metode Beda Hingga Crank-Nicholson	16
BAB III	METODE PENELITIAN	19
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	21
4.1	Pembentukan Persamaan Diferensial Parsial Berdasarkan Persamaan Diferensial Stokastik <i>Spot Price</i> dan <i>Convenience Yield</i> .	21
4.1.1	Pembentukan persamaan perubahan harga <i>futures contract</i> dengan Lemma Ito .....	21
4.1.2	Penyusunan portfolio dan pembentukan model PDP berdasarkan persamaan diferensial stokastik pada <i>spot price</i> dan <i>convenience yield</i> .....	24
4.2	Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Berdasarkan Persamaan Diferensial Stokastik <i>Spot Price</i> dan <i>Convenience Yield</i> dengan Metode Beda Hingga Implisit .	27
4.2.1	Diskritisasi model persamaan .....	29
4.2.2	Hasil perhitungan numerik PDP harga <i>futures contract</i> dengan metode beda hingga implisit .....	33



BAB V	PENUTUP	39
5.1	Kesimpulan .....	39
5.2	Saran .....	40
DAFTAR PUSTAKA		41
LAMPIRAN		43



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Mekanisme <i>Futures Contract</i> . . . . .	10
Gambar 2.2	Skema Beda Hingga Eksplisit . . . . .	15
Gambar 2.3	Skema Beda Hingga Implisit . . . . .	16
Gambar 2.4	Skema Beda Hingga Crank-Nicholson . .	17
Gambar 4.1	Pembagian Grid dan Syarat Batas . . . .	28
Gambar 4.2	Nilai <i>Futures Contract</i> saat $P_{\max}=100$ dan $\delta_{\max}=0.02$ . . . . .	35
Gambar 4.3	Nilai <i>Futures Contract</i> saat $P_{\max}=100$ dan $\delta_{\max}=0.05$ . . . . .	35
Gambar 4.4	Nilai <i>Futures Contract</i> saat $P_{\max}=100$ dan $\delta_{\max}=0.09$ . . . . .	36
Gambar 4.5	Nilai <i>Futures Contract</i> saat $P_{\max}=100$ dan $\delta_{\max}=0.04$ serta banyak grid 20 . . . . .	36



## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Hasil Perhitungan Harga <i>Futures Contract</i> Komoditas Minyak Mentah Menggunakan Metode Beda Hingga Implisit .....	33
Tabel 4.2	Penjelasan untuk Tabel 4.1 dengan Nilai $P_{\max}=100$ , $\delta_{\max}=0.02$ dan banyak grid=4 .....	34



## DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
LAMPIRAN A Listing Program Perhitungan Harga <i>Futures Contract</i> . . . . .	45
LAMPIRAN B GUI Perhitungan Harga <i>Futures Contract</i> . . . . .	53
LAMPIRAN C Penjelasan Tabel 4.1. . . . .	69
LAMPIRAN D Biodata Penulis. . . . .	71





## Daftar Simbol

$P$	Harga komoditas minyak mentah
$\delta$	Nilai Convenience Yield
$r$	Tingkat suku bunga
$\sigma_1$	Volatilitas pada spot price
$\sigma_2$	Volatilitas pada convenience yield
$G(t)$	Waktu dari fungsi bebas $\delta$
$d\tilde{Z}_1$	Proses Wiener pada spot price
$d\tilde{Z}_2$	Proses Wiener pada convenience yield
$\pi$	Nilai portfolio
$\rho$	Koefisien korelasi antara $d\tilde{Z}_1$ dan $d\tilde{Z}_2$
$d\pi$	Perubahan nilai pada portfolio
$\mathcal{L}$	Operator L
$d\tau$	Perubahan waktu



# BAB I

## PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai latar belakang permasalahan, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat dari tugas akhir ini.

### 1.1 Latar Belakang

Salah satu komoditas penting dalam era globalisasi adalah minyak. Minyak berperan dalam menggerakkan perekonomian. Pasokan minyak bumi merupakan kebutuhan vital dalam proses produksi industri, terutama untuk menghasilkan listrik, menjalankan mesin produksi dan mengangkut hasil produksi ke pasar. Selain itu, minyak bumi juga penting bagi pembangunan ekonomi dan sosial yang berkelanjutan [2].

Akhir-akhir ini harga minyak bumi di pasar internasional sangat fluktuatif dengan kecenderungan meningkat. Pada tahun 2011 harga minyak dunia (minyak *Brent* dan *Indonesian Crude Oil Price* atau *ICP*) berada pada level di atas batas psikologi USD 100 per barel. Kenaikan harga mencapai rata-rata sekitar 40% dibandingkan rata-rata harga minyak tahun 2010 yang mencapai USD 79 per barel [2]. Dampak dari fluktuasi harga minyak meluas hingga mencapai angka yang besar untuk barang dan jasa yang berdampak secara langsung pada ekonomi masyarakat [1]. Hal itulah yang mendorong timbulnya kebutuhan akan perlindungan nilai. Salah satu instrumen yang digunakan investor untuk melindungi dirinya dari risiko perdagangan adalah *futures contract*.

Manfaat utama yang bisa diberikan *futures contract* adalah untuk melindungi nilai (*hedging*) aset yang dijadikan patokan dari ancaman risiko ketidakpastian perubahan harga di masa depan [7]. Dengan adanya *futures contract*, para produsen dan konsumen dapat menghitung biaya dan keuntungan yang diharapkan [2]. Harga suatu *futures contract* ditetapkan terlebih dahulu melalui persaingan terbuka antar pelaku atau anggota bursa [7]. Selain itu, harga *futures contract* tergantung dari harga pasar suatu komoditas saat itu. Pada kenyataannya, harga pasar komoditas minyak mentah berubah-ubah sepanjang waktu dimana perubahan tersebut merupakan suatu proses stokastik. Kenyataan inilah yang mendasari diperlukannya model untuk menghitung harga *futures contract* dengan mempertimbangkan harga pasar komoditas yang fluktuatif.

Salah satu model yang digunakan dalam menentukan harga *futures contract* adalah model yang dibentuk berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield*. Mohammad Abdul Aziz AbaOud menyatakan bahwa hubungan antara *spot price* dan *futures contract* dapat digabungkan dalam sebuah *convenience yield* [2]. Selanjutnya, Gibson dan Schwartz (1990) mengasumsikan bahwa *spot price* pada minyak mentah mengikuti distribusi lognormal-stasioner dan *convenience yield* mengikuti proses *mean reverting* [2]. Dalam tugas akhir ini dilakukan pembentukan sistem persamaan diferensial berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah serta kondisi-kondisi batas yang berhubungan, untuk selanjutnya dicari penyelesaian dari sistem persamaan diferensial dalam kasus perhitungan harga *futures contract* komoditas minyak mentah.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang perlu untuk dikaji dalam tugas akhir ini adalah:

1. Bagaimana pembentukan sistem persamaan diferensial berdasarkan berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah?
2. Bagaimana solusi dari sistem persamaan diferensial berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah secara numerik?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah:

1. *Futures contract* yang diperhatikan adalah tipe Eropa.
2. Waktu yang berlaku pada kontrak adalah berhingga.
3.  $\delta > 0$ .
4.  $\sigma = \sqrt{\delta}$ .
5.  $G(t)$  diasumsikan konstan.

## 1.4 Tujuan

Tujuan dalam penulisan tugas akhir ini yaitu:

1. Mendapatkan sistem persamaan diferensial berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah.
2. Mendapatkan solusi dari sistem persamaan diferensial pada model *spot price* dan model *convenience yield* untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah secara numerik.

### 1.5 Manfaat

Manfaat yang bisa diperoleh dari penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Sebagai informasi tambahan mengenai model *spot price* dan model *convenience yield* untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah.
2. Sebagai salah satu alternatif bahan pertimbangan untuk menentukan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah.

### 1.6 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini secara keseluruhan terdiri dari lima bab dan lampiran, secara garis besar dalam masing-masing bab dibahas hal-hal sebagai berikut:

#### 1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab I dijelaskan gambaran umum dari penulisan tugas akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

#### 2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab II diuraikan tentang teori-teori utama maupun penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam tugas akhir, antara lain penelitian terdahulu, komoditas minyak mentah, *futures contract*, istilah-istilah dalam *futures contract*, mekanisme *futures contract*, *futures price* untuk aset komoditas, model *spot price* dan model *convenience yield*, model yang terbentuk berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield*, Lemma Ito, metode numerik, metode beda hingga, metode beda hingga implisit, metode beda hingga eksplisit, metode beda hingga Crank-Nicholson. Teori-teori tersebut

digunakan sebagai acuan dalam pengerjaan tugas akhir ini.

### 3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab III dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan tugas akhir. Tahapan tersebut adalah studi literatur; Pembentukan Sistem Persamaan Diferensial berdasarkan Model Spot Price dan Model Convenience Yield: a) Penyusunan portofolio futures contract berdasarkan Stochastic Differential Equation, b) Pembentukan persamaan diferensial parsial untuk futures contract komoditas minyak mentah berdasarkan model persamaan diferensial stokastik spot price dan convenience yield dengan menggunakan Lemma Ito, c) Pembentukan sistem persamaan diferensial dari langkah nomor 2 dengan kondisi-kondisi batas yang berhubungan; Tahap penyelesaian; Penarikan kesimpulan.

### 4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab IV membahas tentang pembentukan persamaan diferensial parsial berdasarkan persamaan diferensial stokastik *spot price* dan *convenience yield* yang meliputi: a) pembentukan persamaan perubahan harga *futures contract* dengan Lemma Ito, b) penyusunan portofolio. Selanjutnya, dilakukan penyelesaian persamaan diferensial parsial berdasarkan persamaan diferensial stokastik *spot price* dan *convenience yield* dengan metode beda hingga implisit yang meliputi: a) diskritisasi model, b) hasil perhitungan numerik PDP harga *futures contract* dengan ,metode beda hingga implisit.

### 5. BAB V PENUTUP

Pada bab V berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari

analisis dan pembahasan tugas akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

Dalam rangka mendukung proses pembentukan sistem persamaan diferensial berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* dan penentuan solusi dari sistem persamaan diferensial berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* tersebut dalam penentuan harga komoditas minyak mentah, maka diperlukan pustaka sebagai berikut:

#### 2.1 Penelitian Terdahulu

Perubahan harga komoditas merupakan poin utama dalam menentukan harga *futures contract*. Menurut penelitian sebelumnya, Mohammad Abdul Aziz AbaOud menyatakan bahwa hubungan antara *spot price* dan *futures contract* dapat digabungkan dalam sebuah *convenience yield* [2]. Selanjutnya, Gibson dan Schwartz (1990) mengasumsikan bahwa *spot price* pada minyak mentah mengikuti distribusi lognormal-stasioner dan *convenience yield* mengikuti proses *mean reverting*[2].

Berdasarkan sudut pandang tradisional, *futures price* komoditas adalah keuntungan *spot price* komoditas saat ini dari biaya penyimpanan dan *convenience yield* [1].

Mohammed AbdulAziz Aba Oud (2014) melakukan perhitungan *futures price* dengan model dua faktor antara lain berdasarkan model *spot price* dan model *Net Demand*, model *spot price* dan model *Interest Rate*, model *spot price* dan model *Convenience Yield*, dan model *Regime Switching* kemudian mendapatkan kesimpulan dari keempat model [2].

## 2.2 Komoditas Minyak Mentah

Minyak mentah (*crude oil*) adalah komoditas kunci dari ekonomi global [3]. Lebih dari itu, minyak mentah menjadi hal yang berpengaruh dalam perkembangan perekonomian dan perindustrian di berbagai Negara. Selain itu, kegiatan politik, cuaca ekstrem, dan spekulasi pada pasar keuangan adalah karakter utama dalam pasar minyak mentah yang dapat menaikkan tingkat harga volatilitas di pasar minyak. Dampak dari fluktuasi harga minyak meluas hingga mencapai angka yang besar untuk barang dan jasa yang berdampak secara langsung pada ekonomi masyarakat [3].

Fluktuasi harga minyak mentah di pasar internasional pada prinsipnya mengikuti aksioma yang berlaku umum dalam ekonomi pasar, dimana tingkat harga yang berlaku sangat ditentukan oleh mekanisme permintaan dan penawaran (*demand an supply mechanism*) sebagai faktor fundamental (Nizar, 2002) [3]. Faktor - faktor lain dianggap sebagai faktor non-fundamental, terutama berkaitan dengan masalah infrastruktur, geopolitik dan spekulasi. Dari sisi permintaan, perilaku harga minyak sangat dipengaruhi oleh pertumbuhan ekonomi dunia. Sedangkan dari sisi penawaran, fluktuasi harga minyak mentah dunia sangat dipengaruhi oleh ketersediaan atau pasokan minyak oleh negara-negara produsen, baik negara-negara yang tergabung dalam *Organization of the Petroleum Exporting Countries (OPEC)* maupun negara produsen non-OPEC [4].

## 2.3 *Futures Contract*

Menurut John C. Hull [5], *futures contract* adalah sebuah perjanjian antara dua pihak untuk membeli atau menjual sebuah aset pada waktu tertentu di masa depan untuk harga tertentu. *Futures contract* pada umumnya diperdagangkan di bursa dan sudah terstandar.

Pemenuhan *futures contract* sesuai spesifikasi yang

tercantum dalam kontrak, dijamin oleh Lembaga Kliring Berjangka. Suatu *futures contract* dapat menimbulkan kewajiban kepada pemegang kontrak tersebut untuk melaksanakan pembelian atau penjualan aset. Kedua belah pihak harus melaksanakan kewajiban masing-masing pada tanggal penyerahan atau tanggal penyelesaian akhir (*final settlement date*).

### 2.3.1 Istilah-istilah dalam *Futures Contract*

Beberapa istilah dalam *futures contract* adalah [7]:

1. *Underlying asset*  
*Underlying asset* adalah sesuatu (komoditi/aset) yang disetujui kedua pihak untuk dipertukarkan.
2. *Settlement date* atau *delivery date*  
*Settlement date* atau *delivery date* adalah tanggal yang ditetapkan untuk melakukan transaksi.
3. *Futures price*  
*Futures price* adalah harga yang telah disepakati oleh kedua belah pihak yang berkepentingan untuk melakukan transaksi.
4. *Long futures* atau *long position*  
*Long futures* atau *long position* adalah posisi dalam kontrak untuk membeli *underlying asset* dikemudian hari.
5. *Short futures* atau *short position*  
*Short futures* atau *short position* adalah posisi dalam kontrak untuk menjual *underlying asset* dikemudian hari.
6. *Clearing house*  
*Clearing house* adalah sebuah perusahaan yang terpisah tetapi terkait dengan setiap bursa.

7. Risiko basis (*basis risk*)

Risiko basis (*basis risk*) adalah risiko yang dihadapi para *hedger* (investor yang menggunakan *futures* untuk tujuan lindung nilai) karena adanya perubahan *basis* yang tidak digarapkan.

8. Basis

Basis adalah perbedaan antara harga di pasar *spot* dengan *futures price* dari komoditi yang akan dilindungi.

9. *Spot market*

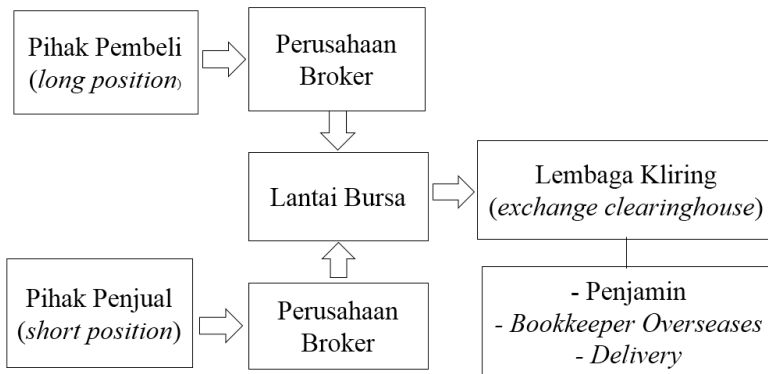
*Spot market* adalah harga suatu komoditi di pasar yang memungkinkan terjadinya penyerahan aset atau komoditi secara tepat.

10. Harga pada *futures contract*

Harga pada *futures contract* adalah harga penyerahan aset atau komoditi yang akan terjadi dikemudian hari.

### 2.3.2 Mekanisme *Futures Contract*

Mekanisme perdagangan *futures contract* seperti terlihat pada gambar berikut [7].



Gambar 2.1: Mekanisme *Futures Contract*

### 2.3.3 *Futures Price* untuk Aset Komoditas

Biaya penyimpanan (*storage cost*) dan *convenience yield* merupakan faktor penting dalam penentuan harga suatu komoditas. Biaya yang terkait dengan penyimpanan komoditas fisik disebut dengan ***storage cost***, yang meliputi biaya penyimpanan dan asuransi. Pemegang dari komoditas fisik dapat menghasilkan pendapatan, yang disebut ***convenience yield***, yang berkurang jika persediaan bertambah. *Convenience yield* dapat diartikan dengan keuntungan dari pemegang komoditas fisik.

Untuk menentukan harga *futures contract* dari aset komoditas, digunakan teorema fundamental pertama dari penentuan harga aset, yang menyebutkan bahwa adanya ukuran risiko netral  $\mathbb{Q}$  menyiratkan sebuah proses harga yang *discounted no-arbitrage* dari semua klaim finansial adalah *martingales* di bawah ukuran risiko netral  $\mathbb{Q}$ . Selama tidak ada biaya yang masuk dalam *futures contract*, harga minyak (harga minyak yang umum) adalah *martingales* dibawah ukuran risiko netral  $\mathbb{Q}$ ,  $F(P, t) = (E)_t^{\mathbb{Q}}(P_T)$ . Hal ini mengikuti argumentasi *arbitrage* [2].

### 2.4 Model *Spot Price* dan model *Convenience Yield*

Harga minyak mentah dan *convenience yield* mengikuti model stokastik yang berkorelasi dengan *risk-neutral* adalah sebagai berikut [2]:

$$dP = (r - \delta) P dt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1$$

$$d\delta = a\delta(G(t) - \delta)dt + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2$$

$$\text{Corr}(d\tilde{Z}_1, d\tilde{Z}_2) = \rho dt$$

dengan,

$P$  = *spot price*

$r$  = tingkat suku bunga

$\delta$  = *convenience yield*

$\sigma_1$  = volatilitas pada *spot price*

$\sigma_2$  = volatilitas pada *convenience yield*

$G(t)$  = waktu dari fungsi bebas  $\delta$

$a\delta$  = kecepatan berbalik dari  $\delta$  ke  $G(t)$

$d\tilde{Z}_1$  = proses Wiener pada *spot price*

$d\tilde{Z}_2$  = proses Wiener pada *convenience yield*

$\rho$  = koefisien korelasi antara  $d\tilde{Z}_1$  dan  $d\tilde{Z}_2$ .

## 2.5 Model Berdasarkan Model *Spot Price* dan Model *Convenience Yield*

Persamaan diferensial yang terbentuk berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield* untuk harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah adalah sebagai berikut [2]:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_1^2 \delta P^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{\sigma_2^2 \delta^3}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} + \\ & a\delta (g(\tau) - \delta) \frac{\partial F}{\partial \delta} + \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} - \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan,  $g(\tau) = G(T - \tau)$ . Syarat awal dari PDP di atas adalah  $F(P, \delta, 0) = P$  sedangkan kondisi batasnya adalah  $F(P, 0, \tau) = Pe^{r\tau}$  dan  $F(0, \delta, \tau) = 0$  [2].

## 2.6 Lemma Ito

Lemma Ito dapat didefinisikan sebagai versi stokastik dari aturan rantai sebuah variabel deterministik. Lemma Ito terkait dengan perubahan kecil dalam fungsi dari variabel acak dan perubahan kecil dalam variabel acak itu sendiri [2].

Persamaan perubahan harga *futures contract* seperti pada

persamaan 2.5 didapatkan dengan mengaplikasikan Lemma Ito [2].

$$\begin{aligned} dF &= \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} (dP)^2 + \frac{\partial F}{\partial \delta} d\delta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} (d\delta)^2 \\ &\quad + \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} (dP d\delta) + \frac{\partial F}{\partial t} dt \end{aligned} \quad (2.2)$$

dengan,

$F(P, t)$  = *futures contract*

$P$  = *spot price*

$\delta$  = *convenience yield*.

## 2.7 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan permasalahan matematika sehingga dapat diselesaikan dengan operasi aritmatik dan logika. Kelebihan dari penggunaan metode numerik adalah mampu mengatasi persamaan sistem yang besar, sistem nonlinear, serta persamaan geometri yang rumit yang tidak dapat diselesaikan secara analitik dengan kalkulus standar. Selain itu, metode numerik adalah cara yang efisien untuk menggunakan komputer [8].

Penyelesaian dengan metode numerik adalah dengan mengubah persamaan dasar menjadi persamaan yang hanya berlaku pada titik-titik tertentu didalam domain penyelesaian. Pengubahan persamaan dasar tersebut dapat menggunakan metode elemen hingga maupun beda hingga. Namun, untuk permasalahan satu dimensi atau permasalahan yang dapat diubah kedalam permasalahan satu dimensi maka metode beda hingga akan lebih baik untuk digunakan [9].

## 2.8 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah suatu metode numerik untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial dengan

mengaproksimasi turunan-turunan persamaan tersebut menjadi sistem persamaan linear [10].

### 2.8.1 Metode Beda Hingga Eksplisit

Hull dan White (1990) menyatakan bahwa metode beda hingga eksplisit dalam komputasi tidak memerlukan matriks invers, sehingga turunan parsial  $\frac{\partial v}{\partial t}$  aproksimasinya menggunakan beda maju dan aproksimasinya turunan parsial  $\frac{\partial v}{\partial s}$  dan  $\frac{\partial^2 v}{\partial s^2}$  pada langkah waktu  $i + 1$  menggunakan aproksimasi beda pusat. Dengan menggunakan persamaan berikut:

$$v_j^i = \frac{1}{1 + r\Delta t} \left( a_{1j}v_{j-1}^{i+1} + b_{1j}v_j^{i+1} + c_{1j}v_{j+1}^{i+1} \right)$$

untuk  $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  dan  $j = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  dimana,

$$a_{1j} = -\frac{1}{2}rj\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2j^2\Delta t$$

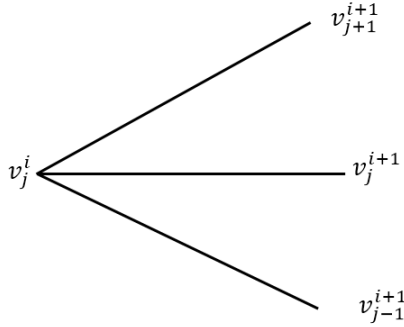
$$b_{1j} = 1 - \sigma^2j^2\Delta t$$

$$c_{1j} = \frac{1}{2}rj\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2j^2\Delta t,$$

maka  $v_j^i$  dapat ditentukan mundur menggunakan  $v_{j-1}^{i+1}$ ,  $v_j^{i+1}$ ,  $v_{j+1}^{i+1}$  sehingga skema beda hingga eksplisit adalah sebagai berikut [10]:

Selanjutnya, dapat dinyatakan sebagai matrik  $v_j^i = Av_j^{i+1}$  untuk  $j = 0, 1, 2, \dots, M$ . Vektor  $v_j^{i+1}$  untuk  $i + 1 = T$  telah diketahui dari syarat akhir, karena itu untuk menyelesaikan  $v_j^i$  dapat dilakukan dengan bekerja mundur menggunakan matriks  $A$  yang unsur-unsurnys telah diketahui, untuk  $j = 0, 1, 2, \dots, M$ .





Gambar 2.2: Skema Beda Hingga Eksplisit

### 2.8.2 Metode Beda Hingga Implisit

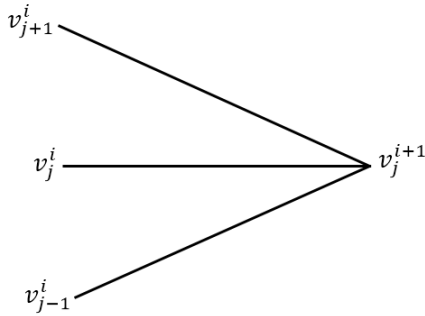
Pada metode beda hingga implisit aproksimasi untuk turunan parsial  $V(S, t)$  hampir sama dengan aproksimasi yang digunakan pada metode eksplisit. Metode eksplisit menggunakan langkah  $i + 1$ , sedangkan metode implisit menggunakan langkah  $i$  [10]. Pendekatan turunan parsial pertama dan kedua dari fungsi  $F = F(P, T)$  pada metode beda hingga implisit terlihat pada persamaan berikut:

$$F_T(S, T) \approx \frac{F_i^{j+1} - F_i^j}{\Delta T} \quad (2.3)$$

$$F_S(S, T) \approx \frac{F_{i+1}^{j+1} - F_i^{j+1}}{\Delta S} \quad (2.4)$$

$$F_{SS}(S, T) \approx \frac{F_{i+1}^{j+1} - 2F_i^{j+1} + F_{i-1}^{j+1}}{(\Delta S)^2} \quad (2.5)$$

untuk semua  $i = 1, 2, 3, \dots$  dan  $n = 0, 1, 2, \dots$  dan berikut merupakan skema beda hingga implisit:



Gambar 2.3: Skema Beda Hingga Implisit

### 2.8.3 Metode Beda Hingga Crank-Nicholson

Metode Crank-Nicholson merupakan metode beda hingga yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan panas dan persamaan diferensial parsial yang sejenisnya [11]. Metode Crank-Nicholson merupakan pengembangan dari metode beda hingga eksplisit dan metode beda hingga implisit. Pada metode beda hingga Crank-Nicholson, pendekatan solusi  $V_i^{j+1}$  dihitung melalui titik  $i, j$  dan titik  $i, j+1$ , artinya pendekatan suku derivatif ruang pada waktu ke  $j+\frac{1}{2}$  merupakan nilai rata-rata derivatif pada waktu ke  $j$  dan  $j+1$  [12].

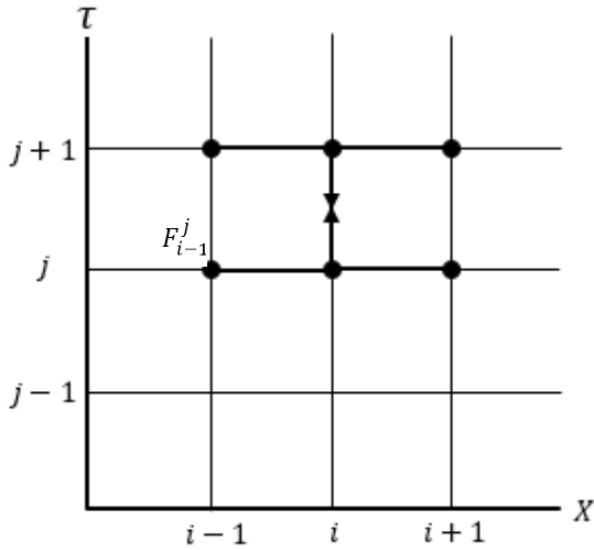
Misalkan untuk fungsi  $F = F(S, T)$  diperoleh pendekatan turunan parsial pertama dan kedua metode beda hingga Crank-Nicholson adlaah sebagai berikut:

$$F_T(S, T) \approx \frac{F_i^{j+1} - F_i^j}{(\Delta T)} \quad (2.6)$$

$$F_S(S, T) \approx \frac{1}{2(\Delta S) \left( F_{i+1}^j - F_{i-1}^j + F_{i+1}^{j+1} - F_{i-1}^{j+1} \right)}. \quad (2.7)$$

$$F_{SS}(S, T) \approx \frac{1}{2(\Delta S)^2} \left( F_{i+1}^j - 2F_i^j + F_{i-1}^j + F_{i+1}^{j+1} - 2F_i^{j+1} + F_{i-1}^{j+1} \right) \quad (2.8)$$

untuk semua  $i = 1, 2, 3, \dots$  dan  $n = 0, 1, 2, \dots$  dan berikut merupakan skema beda hingga Crank-Nicholson,



Gambar 2.4: Skema Beda Hingga Crank-Nicholson



## BAB III

### METODE PENELITIAN

Langkah yang akan dilakukan penulis dalam pembuatan Tugas Akhir ini antara lain:

1. Studi literatur

Pada tahap ini dilakukan pencarian dan pengumpulan referensi yang menunjang penelitian. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literatur, jurnal ilmiah, tugas akhir atau thesis atau disertasi yang berkaitan dengan permasalahan, maupun artikel dari internet. Persamaan diferensial stokastik pada model *spot price* dan model *convenience yield* serta asumsi-asumsi yang lain digunakan untuk mendapatkan model harga *futures contract* dengan tujuan untuk mempelajari lebih mendalam mengenai *futures contract* komoditas minyak mentah.

2. Pembentukan Sistem Persamaan Diferensial berdasarkan Model *Spot Price* dan Model *Convenience Yield*

Pada tahapan ini, sistem persamaan diferensial akan dibentuk dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- (a) Penyusunan portofolio *futures contract* berdasarkan *Stochastic Differential Equation*.
- (b) Pembentukan persamaan diferensial parsial untuk *futures contract* komoditas minyak mentah berdasarkan model persamaan diferensial

stokastik *spot price* dan *convenience yield* dengan menggunakan Lemma Ito.

- (c) Pembentukan sistem persamaan diferensial daqri langkah nomor 2 dengan kondisi-kondisi batas yang berhubungan.

### 3. Tahap Penyelesaian

Pada tahap ini, sistem persamaan diferensial yang terbentuk dari langkah sebelumnya dicari penyelesaian secara numerik dengan menggunakan metode beda hingga implisit. Kemudian dibuat simulasi dari hasil yang telah didapatkan dengan menggunakan *software* MATLAB.

### 4. Penarikan Kesimpulan

Setelah menemukan penyelesaian dari sistem persamaan diferensial berdasarkan model *spot price* dan model *convenience yield*, maka selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya serta pemberian saran sebagai bahan masukan untuk penelitian lebih lanjut.

## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai langkah-langkah dalam pembentukan persamaan diferensial berdasarkan persamaan diferensial stokastik dari *spot price* dan persamaan diferensial stokastik dari *convenience yield* serta langkah-langkah dalam mencari solusi dari persamaan diferensial tersebut untuk mendapatkan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah.

### 4.1 Pembentukan Persamaan Diferensial Parsial Berdasarkan Persamaan Diferensial Stokastik Spot Price dan Convenience Yield

Pada tahap ini dibahas bagaimana pembentukan persamaan diferensial parsial berdasarkan persamaan diferensial stokastik dari *spot price* dan *convenience yield* untuk perhitungan harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah.

#### 4.1.1 Pembentukan persamaan perubahan harga *futures contract* dengan Lemma Ito

Mohammed AbdulAziz Aba Oud mengasumsikan bahwa harga minyak dan *convenience yield* mengikuti model stokastik yang berkorelasi dengan *risk-neutral* sebagai berikut:

$$dP = (r - \delta)Pdt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1 \quad (4.1)$$

$$d\delta = a\delta(G(t) - \delta)dt + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2 \quad (4.2)$$

$$\text{Corr}(d\tilde{Z}_1, d\tilde{Z}_2) = \rho dt \quad (4.3)$$

. Jika  $F(P, \delta, \tau)$  adalah harga *futures contract* dengan jatuh tempo  $T$ , maka perubahan harga *futures contract* ( $dF$ ) dapat

ditentukan dengan menggunakan deret Taylor dan Lemma Ito. Dengan menggunakan Lemma Ito, didapatkan perubahan harga dari *futures contract* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} dF &= \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} (dP)^2 + \frac{\partial F}{\partial \delta} d\delta \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} (d\delta)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} (dP d\delta) + \frac{\partial F}{\partial t} dt, \quad (4.4) \end{aligned}$$

selanjutnya dengan menggunakan Persamaan (4.1) - (4.3) diperoleh:

$$\begin{aligned} (dP)^2 &= ((r - \delta)Pdt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1)^2 \\ &= ((r - \delta)Pdt)^2 + 2((r - \delta)P^2 \sigma_1 \sqrt{\delta} dt d\tilde{Z}_1) + (\sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1)^2 \\ &= (\sigma_1)^2 P^2 \delta dt \quad (4.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (d\delta)^2 &= (a\delta(G(t) - \delta)dt + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2)^2 \\ &= (a\delta(G(t) - \delta)dt)^2 + 2(a\delta^{\frac{5}{2}} \sigma_2 (G(t) - \delta)dt d\tilde{Z}_2) + (\sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2)^2 \\ &= (\sigma_2)^2 \delta^3 dt \quad (4.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dP d\delta &= ((r - \delta)Pdt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1)(a\delta(G(t) - \delta)dt + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2) \\ &= \sigma_1 \sigma_2 \sqrt{\delta} P \delta^{\frac{3}{2}} \rho dt \\ &= \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \rho dt. \quad (4.7) \end{aligned}$$

Substitusi Persamaan (4.5)-(4.7) ke Persamaan (4.4) sehingga menjadi,



$$\begin{aligned}
dF &= \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} (dP)^2 + \frac{\partial F}{\partial \delta} d\delta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} (d\delta)^2 \\
&\quad + \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} (dP d\delta) + \frac{\partial F}{\partial t} dt \\
&= \frac{\partial F}{\partial P} ((r - \delta) P dt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} \sigma_1^2 P^2 \delta dt \\
&\quad + \frac{\partial F}{\partial \delta} \left( a\delta(G(t) - \delta) dt + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2 \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \sigma_2^2 \delta^3 dt \\
&\quad + \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 dt + \frac{\partial F}{\partial t} dt \\
&= \left( (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + a\delta(G(t) - \delta) \frac{\partial F}{\partial \delta} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) dt \\
&\quad + \sigma_1 P \sqrt{\delta} \frac{\partial F}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial F}{\partial \delta} d\tilde{Z}_2, \tag{4.8}
\end{aligned}$$

selanjutnya dimisalkan dengan:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(F) &= (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} \\
&\quad + a\delta(G(t) - \delta) \frac{\partial F}{\partial \delta} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \\
&\quad + \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} \tag{4.9}
\end{aligned}$$

sehingga Persamaan (4.8) menjadi:

$$dF = \mathcal{L}(F) dt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} \frac{\partial F}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial F}{\partial \delta} d\tilde{Z}_2. \tag{4.10}$$

#### 4.1.2 Penyusunan portfolio dan pembentukan model PDP berdasarkan persamaan diferensial stokastik pada *spot price* dan *convenience yield*

Portofolio dengan nilai  $\pi$  terdiri dari satu *long futures contract* dengan nilai  $F_1$  dan maturitas  $T_1$ ,  $x$  *short futures contract* dengan nilai  $F_2$  dan maturitas  $T_2$  serta  $y$  *short futures contract* dengan nilai  $F_3$  dan maturitas  $T_3$ , dimana *long futures contract* adalah posisi dalam kontrak untuk membeli *underlying asset* dikemudian hari sedangkan *short futures contract* adalah posisi dalam kontrak untuk menjual *underlying asset* dikemudian hari. Nilai untuk portofolio tersebut adalah

$$\pi = F_1(P, \delta, t; T_1) - xF_2(P, \delta, t; T_2) - yF_3(P, \delta, t; T_3) \quad (4.11)$$

selanjutnya, perubahan nilai (*return*) untuk portofolio adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} d\pi &= dF_1(P, \delta, t; T_1) - x dF_2(P, \delta, t; T_2) - y dF_3(P, \delta, t; T_3) \\ &= \left[ \mathcal{L}(F_1)dt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} \frac{\partial F_1}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial F_1}{\partial \delta} d\tilde{Z}_2 \right] \\ &\quad - \left[ \mathcal{L}(F_2)dt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} \frac{\partial F_2}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial F_2}{\partial \delta} d\tilde{Z}_2 \right] \\ &\quad - \left[ \mathcal{L}(F_3)dt + \sigma_1 P \sqrt{\delta} \frac{\partial F_3}{\partial P} d\tilde{Z}_1 + \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial F_3}{\partial \delta} d\tilde{Z}_2 \right] \\ &= [\mathcal{L}(F_1) - x\mathcal{L}(F_2) - y\mathcal{L}(F_3)] dt \\ &\quad + \left[ \frac{\partial F_1}{\partial P} - x \frac{\partial F_2}{\partial P} - y \frac{\partial F_3}{\partial P} \right] \sigma_1 P \sqrt{\delta} d\tilde{Z}_1 \\ &\quad + \left[ \frac{\partial F_1}{\partial \delta} - x \frac{\partial F_2}{\partial \delta} - y \frac{\partial F_3}{\partial \delta} \right] \sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} d\tilde{Z}_2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Nilai  $x$  dan  $y$  dapat dipilih agar portofolio memiliki *zero-risk* atau bebas risiko sehingga tidak ada biaya yang masuk ke

*futures contract*, oleh karenanya koefisien dari  $d\widetilde{Z}_1$  dan  $d\widetilde{Z}_2$  pada Persamaan (4.12) harus sama dengan nol ( $d\pi = 0$ ). Kondisi *zero-risk* dan *zero-return* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial F_1}{\partial P} - x \frac{\partial F_2}{\partial P} - y \frac{\partial F_3}{\partial P} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \delta} - x \frac{\partial F_2}{\partial \delta} - y \frac{\partial F_3}{\partial \delta} = 0 \quad (4.14)$$

$$\mathcal{L}(F_1) - x\mathcal{L}(F_2) - y\mathcal{L}(F_3) = 0. \quad (4.15)$$

Kondisi (4.13)-(4.15) mengimplikasikan bahwa ada hubungan linear antara fungsi  $\mathcal{L}(F)$ ,  $\sigma_1 P \sqrt{\delta} \frac{\partial F}{\partial P}$ , dan  $\sigma_2 \delta^{\frac{3}{2}} \frac{\partial F}{\partial \delta}$  yang tidak tergantung dengan  $T$  sehingga dapat dituliskan [2]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(F) = & (\sigma_1(P, \delta, t)) P \sqrt{\delta} (\lambda_p(P, \delta, t)) \frac{\partial F}{\partial P} \\ & + \left( \sigma_2(\delta, t) \delta^{\frac{3}{2}} (\lambda_\delta(P, \delta, t)) \right) \frac{\partial F}{\partial \delta} \end{aligned} \quad (4.16)$$

untuk beberapa fungsi bebas (*arbitrary functions*)  $\lambda_p(P, \delta, t)$  dan  $\lambda_\delta(P, \delta, t)$ . Kedua fungsi ini dapat direpresentasikan sebagai harga pasar per unit dari risiko *spot price* dan harga pasar per unit dari risiko faktor tambahan  $\delta$ . Asumsi untuk arbitrary function adalah sebagai berikut:  $\sigma_1 \lambda_p = \lambda_p$  dan  $\sigma_2 \lambda_\delta = \lambda_\delta$  sehingga Persamaan (4.16) menjadi:

$$\mathcal{L}(F) = \left( P \sqrt{\delta} \lambda_p(P, \delta, t) \right) \frac{\partial F}{\partial P} + \left( \delta^{\frac{3}{2}} \lambda_\delta(P, \delta, t) \right) \frac{\partial F}{\partial \delta}. \quad (4.17)$$

Selanjutnya, substitusi Persamaan (4.9) ke Persamaan (4.17) untuk mendapatkan persamaan diferensial parsial (PDP) dari

harga *futures contract* dan didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + a \delta (G(t) - \delta) \frac{\partial F}{\partial \delta} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \\
& + \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} = P \sqrt{\delta} (\lambda_p(P, \delta, t)) \frac{\partial F}{\partial P} + \delta^{\frac{3}{2}} (\lambda_\delta(P, \delta, t)) \frac{\partial F}{\partial \delta} \\
\\
& \Leftrightarrow (r - \delta) P \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + a \delta (G(t) - \delta) \frac{\partial F}{\partial \delta} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \\
& + \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} - P \sqrt{\delta} (\lambda_p(P, \delta, t)) \frac{\partial F}{\partial P} \\
& - \delta^{\frac{3}{2}} (\lambda_\delta(P, \delta, t)) \frac{\partial F}{\partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \\
\\
& \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + \left[ (r - \delta) P - P \sqrt{\delta} (\lambda_p(P, \delta, t)) \right] \frac{\partial F}{\partial P} \\
& + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} + \left[ a \delta (G(t) - \delta) - \delta^{\frac{3}{2}} (\lambda_\delta(P, \delta, t)) \right] \frac{\partial F}{\partial \delta} \\
& + \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \tag{4.18}
\end{aligned}$$

berdasarkan asumsi arbitrary function, maka Persamaan (4.18) menjadi:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + [(r - \delta) P] \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} \\
& + [a \delta (G(t) - \delta)] \frac{\partial F}{\partial \delta} + \rho \sigma_1 \sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \tag{4.19}
\end{aligned}$$

dengan,

$$G(t) = G(T - \tau) = g(\tau)$$

$$t = T - \tau$$

untuk  $T = 0$  maka

$$t = -\tau \Rightarrow \partial t = -\partial \tau$$

sehingga didapat persamaan diferensial parsial (PDP) dari harga *futures contract* adalah sebagai berikut:

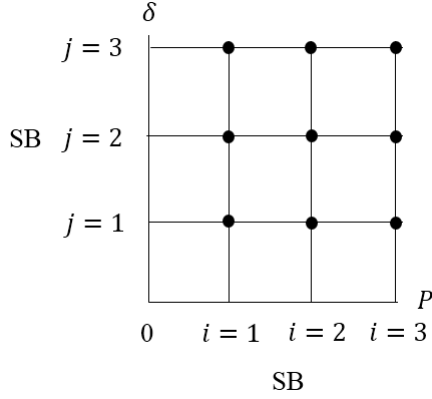
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + [(r - \delta)P] \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} + [a\delta(g(\tau) - \delta)] \frac{\partial F}{\partial \delta} \\ + \rho\sigma_1\sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} - \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0. \end{aligned} \quad (4.20)$$

#### 4.2 Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Berdasarkan Persamaan Diferensial Stokastik Spot Price dan Convenience Yield dengan Metode Beda Hingga Implisit

Persamaan diferensial parsial untuk harga *futures contract* yaitu seperti pada Persamaan (4.20) dengan syarat awal  $F(P, \delta, 0) = P$  dan kondisi batas  $F(P, 0, \tau) = Pe^{r\tau}$  dan  $F(0, \delta, \tau) = 0$  [2].

Model persamaan didiskritisasi melalui grid dengan skema diferensial maju dan mundur untuk turunan pertama terhadap waktu ( $\tau$ ) dan convenience yield ( $\delta$ ) dan pendekatan turunan parsial terhadap spot price ( $P$ ). Bentuk diskrit setiap nilai pada sumbu ( $P$ ) dan ( $\delta$ ) dinyatakan dalam  $P = i(\Delta P)$  dan  $\delta = j(\Delta \delta)$  dengan  $i$  merupakan titik pada sumbu  $P$  dan  $j$  merupakan titik pada sumbu  $\delta$  [16]. Selanjutnya, pembagian grid dan syarat batas ditunjukkan pada gambar 4.1. Nilai-nilai yang berada pada  $i=0, i=1, i=2, i=3, j=0, j=1, j=2, j=3$  sudah diketahui berkat syarat batas.

Persamaan (4.20) diselesaikan melalui metode beda hingga implisit dengan pendekatan turunan parsial pertama dan



Gambar 4.1: Pembagian Grid dan Syarat Batas

kedua adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial P^2} = \frac{F_{i+1,j}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i-1,j}^n}{(\Delta P)^2} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial F}{\partial P} = \frac{F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n}{\Delta P} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} = \frac{F_{i,j+1}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i,j-1}^n}{(\Delta \delta)^2} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \delta} = \frac{F_{i,j+1}^n - F_{i,j}^n}{\Delta \delta} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{F_{i,j}^n - F_{i,j}^{n-1}}{\Delta \tau} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} = \frac{F_{i+1,j+1}^n - F_{i-1,j+1}^n - F_{i+1,j-1}^n + F_{i-1,j-1}^n}{4(\Delta P)(\Delta \delta)}. \quad (4.26)$$

### 4.2.1 Diskritisasi model persamaan

Penyelesaian persamaan diferensial yang didapat dengan metode beda hingga implisit didapat dengan mensubstitusikan bentuk diskrit setiap nilai pada sumbu  $P$  dan  $\delta$  dan bentuk turunan pertama terhadap waktu ( $\tau$ ) pada Persamaan (4.21) sampai Persamaan (4.26) ke Persamaan (4.20) sehingga didapat persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& \frac{(\sigma_1^2)(j\Delta\delta)(i\Delta P)^2}{2} \left[ \frac{F_{i+1,j}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i-1,j}^n}{(\Delta P)^2} \right] \\
& + (r - j\Delta\delta)i\Delta P \left[ \frac{F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n}{\Delta P} \right] \\
& + \frac{(\sigma_2^2)(j\Delta\delta)^3}{2} \left[ \frac{F_{i,j+1}^n - 2F_{i,j}^n + F_{i,j-1}^n}{(\Delta\delta)^2} \right] \\
& + [aj\Delta\delta(g(\tau) - j\Delta\delta)] \left[ \frac{F_{i,j+1}^n - F_{i,j}^n}{\Delta\delta} \right] \\
& + \rho\sigma_1\sigma_2i\Delta P(j\Delta\delta)^2 \left[ \frac{F_{i+1,j+1}^n - F_{i-1,j+1}^n - F_{i+1,j-1}^n + F_{i-1,j-1}^n}{4(\Delta P)(\Delta\delta)} \right] \\
& - \left[ \frac{F_{i,j}^n - F_{i,j}^{n-1}}{\Delta\tau} \right] = 0,
\end{aligned} \tag{4.27}$$

dari Persamaan (4.27) didapat persamaan yang digunakan untuk menentukan nilai setiap titik pada  $F^n$ ,

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{\sigma_1^2 j i^2 \Delta \delta}{2} + ir - ij \Delta \delta \right] F_{i+1,j}^n \\
& + \left[ -(\sigma_1^2 j \Delta \delta i^2) - ir + ij \Delta \delta - \sigma_2^2 j^3 \Delta \delta - a j g(\tau) + a j^2 \Delta \delta - \frac{1}{\Delta \tau} \right] F_{i,j}^n \\
& \quad + \left[ \frac{\sigma_1^2 j \Delta \delta i^2}{2} \right] F_{i-1,j}^n \\
& \quad + \left[ \frac{\sigma_2^2 j^3 \Delta \delta}{2} + a j g(\tau) - a j^2 \Delta \delta \right] F_{i,j+1}^n \\
& + \left[ \frac{\sigma_2^2 j^3 \Delta \delta}{2} \right] F_{i,j-1}^n + \left[ \frac{\rho \sigma_1 \sigma_2 i j^2 \Delta \delta}{4} \right] F_{i+1,j+1}^n + \left[ -\frac{\rho \sigma_1 \sigma_2 i j^2 \Delta \delta}{4} \right] F_{i-1,j+1}^n \\
& + \left[ -\frac{\rho \sigma_1 \sigma_2 i j^2 \Delta \delta}{4} \right] F_{i+1,j-1}^n + \left[ \frac{\rho \sigma_1 \sigma_2 i j^2 \Delta \delta}{4} \right] F_{i-1,j-1}^n = \left[ -\frac{1}{\Delta \tau} \right] F_{i,j}^{n-1},
\end{aligned} \tag{4.28}$$

maka persamaan (4.28) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
& a_{ij} F_{i+1,j}^n + b_{ij} F_{i,j}^n + c_{ij} F_{i-1,j}^n + d_j F_{i,j+1}^n + e_j F_{i,j-1}^n \\
& + g_{ij} F_{i+1,j+1}^n + h_{ij} F_{i-1,j+1}^n + k_{ij} F_{i+1,j-1}^n \\
& + l_{ij} F_{i-1,j-1}^n = m F_{i,j}^{n-1} \quad (4.29)
\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
a_{ij} &= \frac{\sigma_1^2 j i^2 \Delta \delta}{2} + ir - ij \Delta \delta \\
b_{ij} &= -(\sigma_1^2 j \Delta \delta i^2) - ir + ij \Delta \delta - \sigma_2^2 j^3 \Delta \delta - a j g(\tau) + a j^2 \Delta \delta - \frac{1}{\Delta \tau} \\
c_{ij} &= \frac{\sigma_1^2 j \Delta \delta i^2}{2}
\end{aligned}$$



$$g_{ij} = \frac{\rho\sigma_1\sigma_2ij^2\Delta\delta}{4}$$

$$h_{ij} = -\frac{\rho\sigma_1\sigma_2ij^2\Delta\delta}{4}$$

$$k_{ij} = -\frac{\rho\sigma_1\sigma_2ij^2\Delta\delta}{4}$$

$$l_{ij} = \frac{\rho\sigma_1\sigma_2ij^2\Delta\delta}{4}$$

$$d_j = \frac{\sigma_2^2j^3\Delta\delta}{2} + ajg(\tau) - aj^2\Delta\delta$$

$$e_j = \frac{\sigma_2^2j^3\Delta\delta}{2}$$

$$m = -\frac{1}{\Delta\tau},$$

untuk setiap  $i$  dan  $j$  yang merupakan bagian dari grid yang membagi domain  $P$  dan  $\delta$  dengan interval  $[0, N]$  sebanyak  $N + 1$  dimensi vektor dan dengan interval  $[0, M]$  sebanyak  $M + 1$  dimensi vektor. Persamaan menghasilkan matriks sebagai berikut,

$$Z_{ij}F_{i,j}^n = F_{i,j}^{n-1}. \quad (4.30)$$

dengan,

$$F_{i,j}^n = \begin{bmatrix} F_{0,0}^n \\ F_{0,1}^n \\ \vdots \\ F_{0,j}^n \\ F_{1,0}^n \\ \vdots \\ F_{1,j}^n \\ F_{2,0}^n \\ \vdots \\ F_{N-1,M-1}^n \end{bmatrix},$$

$$F_{i,j}^{n-1} = \begin{bmatrix} F_{0,0}^{n-1} \\ F_{0,1}^{n-1} \\ \vdots \\ F_{0,j}^{n-1} \\ F_{1,0}^{n-1} \\ \vdots \\ F_{1,j}^{n-1} \\ F_{2,0}^{n-1} \\ \vdots \\ F_{N-1,M-1}^{n-1} \end{bmatrix}, \text{ dan}$$

$Z_{ij}$  adalah matriks yang dibentuk dari  $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_j, e_j, g_{ij}, h_{ij}, k_{ij}, l_{ij}$  yang berukuran  $N^2 \times N^2$ .

Dari persamaan (4.30) dapat dihasilkan matriks  $F^n$  sebagai berikut,

$$F_{i,j}^n = inv(Z_{ij})F_{i,j}^{n-1}. \quad (4.31)$$

Persamaan (4.31) merupakan matriks yang menunjukkan hasil perhitungan nilai kontrak *futures* komoditas minyak mentah pada waktu  $n$ .

Suatu matriks dapat dibalik (*invertible*) jika dan hanya jika matriks tersebut adalah matriks persegi (matriks yang berukuran  $n \times n$ ) dan matriks tersebut non-singular (determinan  $\neq 0$ ) [14]. Jika A adalah suatu matriks persegi, dan jika dapat dicari matriks B sehingga  $AB = BA = I$ , maka matriks A dikatakan dapat dibalik (*invertible*) dan B dinamakan invers dari A [14].

#### 4.2.2 Hasil perhitungan numerik PDP harga *futures contract* dengan metode beda hingga implisit

Hasil perhitungan numerik harga *futures contract* pada komoditas minyak mentah dengan metode beda hingga implisit terlihat pada Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1: Hasil Perhitungan Harga *Futures Contract* Komoditas Minyak Mentah Menggunakan Metode Beda Hingga Implisit

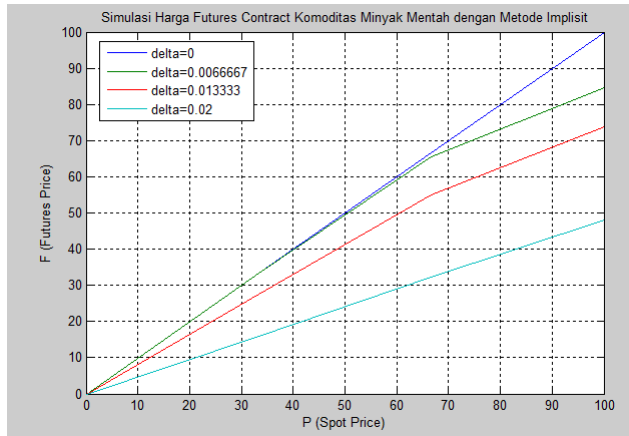
$\delta_{\max}$	Matriks Harga <i>Futures Contract</i> ( $F$ )			
0.02	0	0	0	0
	33.33333	33.34987	27.48828	15.98114
	66.66667	65.51570	54.93655	32.27603
	100	84.61685	73.90618	48.11988
0.05	0	0	0	0
	33.33333	31.79454	23.86923	12.75645
	66.66667	62.35047	48.07443	25.96763
	100	80.16399	65.80289	40.13409
0.09	0	0	0	0
	33.33333	30.18012	21.44649	11.00875
	66.66667	59.15771	43.38224	22.50172
	100	76.21768	60.19016	35.55532

Tabel 4.1 didapat dari perhitungan harga *futures contract* dengan mengambil paramater tingkat suku bunga ( $r$ ) = 0.04, volatilitas pada spot price ( $\sigma_1$ ) = 1.5, volatilitas pada convenience yield  $\sigma_2 = 5$ , koefisien korelasi antara proses Wiener pada spot price dan pada convenience yield  $\rho = 1$ ,  $a = 1$ , expiry date  $\tau = 1$ , dan  $g(t) = 0.03$  dan dengan mengambil banyaknya grid adalah 4.

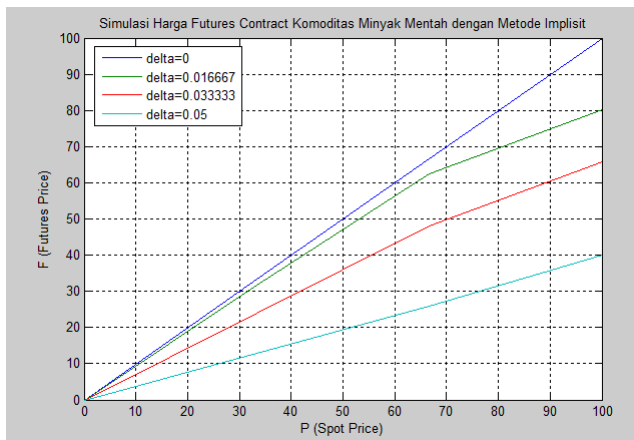
Tabel 4.2: Penjelasan untuk Tabel 4.1 dengan Nilai  $P_{\max}=100$ ,  $\delta_{\max}=0.02$  dan banyak grid=4

$i/j$	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 0$	0	0	0	0
$i = 1$	33.33333	33.34987	27.48828	15.98114
$i = 2$	66.66667	65.5157	54.93655	32.27603
$i = 3$	100	84.61685	73.90618	48.11988

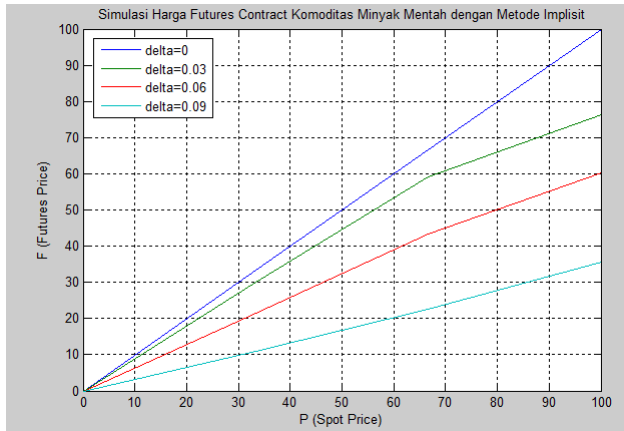
Tabel 4.2 merupakan tabel yang menjelaskan cara membaca Tabel 4.1 dimana nilai *convenience yield* maksimal yang diambil adalah 0.02 dan nilai *spot price* maksimal yang diambil adalah 100 dimana  $i$  merupakan partisi untuk *spot price* dan  $j$  merupakan partisi untuk *convenience yield*. Nilai *futures contract* ( $F$ ) dapat ditunjukkan dalam bentuk grafik pada Gambar 4.2 - 4.5.



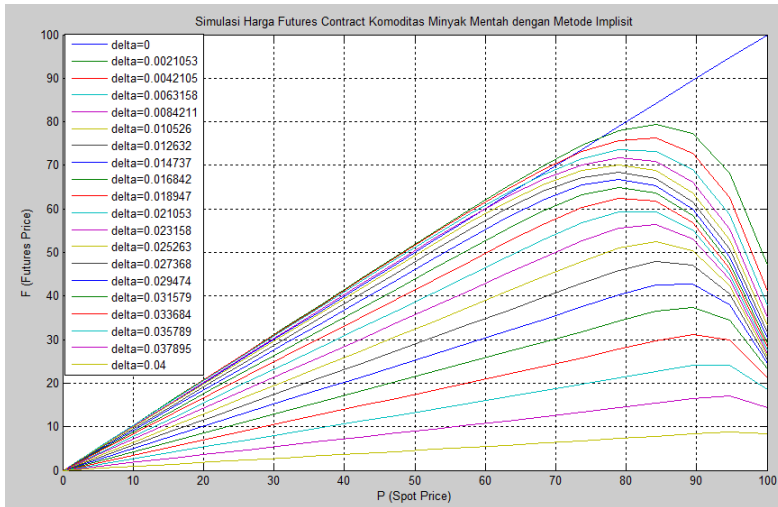
Gambar 4.2: Nilai *Futures Contract* saat  $P_{\max}=100$  dan  $\delta_{\max}=0.02$



Gambar 4.3: Nilai *Futures Contract* saat  $P_{\max}=100$  dan  $\delta_{\max}=0.05$



Gambar 4.4: Nilai *Futures Contract* saat  $P_{\max}=100$  dan  $\delta_{\max}=0.09$



Gambar 4.5: Nilai *Futures Contract* saat  $P_{\max}=100$  dan  $\delta_{\max}=0.04$  serta banyak grid 20

Pada Gambar 4.2 sampai Gambar 4.5 menunjukkan grafik hasil perhitungan harga *futures contract* ( $F$ ) dengan nilai *convenience yield* yang berbeda. Pada Gambar 4.2 hingga Gambar 4.4 adalah grafik yang didapat dengan menggunakan banyaknya grid adalah 4, sedangkan pada Gambar 4.5 banyaknya grid yang digunakan adalah 20 sehingga terlihat lebih jelas grafik yang didapat. Semakin besar nilai *convenience yield* maka harga *futures contract* semakin rendah dengan jangka waktu kontrak ( $\tau$ )=1 tahun.





## BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari tugas akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, kesimpulan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sistem persamaan diferensial parsial untuk harga *futures contract* adalah sebagai berikut:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}\sigma_1^2 P^2 \delta \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + [(r - \delta)P] \frac{\partial F}{\partial P} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 \delta^3 \frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} + [a\delta(g(\tau) - \delta)] \frac{\partial F}{\partial \delta} \\ + \rho\sigma_1\sigma_2 P \delta^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \delta} - \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \\ F(P, \delta, 0) = P \\ F(P, 0, \tau) = P e^{r\tau} \\ F(0, \delta, \tau) = 0 \end{array} \right.$$

2. Harga *futures contract* didapatkan dari perhitungan secara numerik dengan metode beda hingga implisit pada persamaan diferensial yang telah didapat. Berdasarkan hasil simulasi dapat disimpulkan

bahwa nilai *convenience yield* yang semakin tinggi menghasilkan harga *futures contract* yang semakin rendah pada tingkat suku bunga tertentu.

## 5.2 Saran

Pada tugas akhir ini belum dijabarkan solusi analitik untuk mendapatkan harga *futures contract* ( $F$ ). Oleh karena itu, penulis menyarankan agar penelitian dapat dilanjutkan pada pembahasan tersebut.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Gabillon, J., (1991), **The Term of Oil Futures Prices**, Oxford Institute for Energy Studies WMP 17.
- [2] Oud, M. A. A. A., (2014), **The Dynamic of Oil Prices and Valuation of Oil Derivatives**, University of Wollongong Thesis Collection.
- [3] Kulkarni, S., Haidar, I., (2009), **Forecasting Model for Crude Oil Price Using Artificial Neural Network and Commodity Futures Prices**, IJCSIS Vol.2, No.1.
- [4] Nizar, M. A., (2012), **The Impact of World Oil Prices Fluctuation on Indonesias Economy**, Pusat Kebijakan Ekonomi Makro, Badan Kebijakan Fiskal, Kementerian Keuangan-RI, Jakarta.
- [5] Hull, J. C., (2009), **Option, Futures and Other Derivatives 7th Edition**, New Jersey: Pearson Education.
- [6] Purnomo, R. S. D., Hariyani, I., Serfiyani, C. Y., (2013), **Pasar Komoditi: Perdagangan Berjangka dan lelang Komoditi**, Jogja Bangkit Publisher, Yogyakarta.
- [7] Mulyana, D., (2009), **Financial Derivative Future**, Materi Kuliah Teori Portfolio dan Analisi Investasi.
- [8] Chapra, S. C., (1989), **Applied Numerical Methods with Matlab, Second Edition**, Jakarta: Erlangga.

- [9] Luknanto, D., (2003), **Model Matematika**, Materi Kuliah Hidraulika Komputasi Jurusan Teknik Sipil FT UGM.
- [10] Suritno, (2008), **Metode Beda Hingga Untuk Solusi Numerik Dari Persamaan Black-Scholes Harga Opsi Put Amerika**, Thesis Sekolah Pascasarjana IPB.
- [11] Fadugba, S. E., Zelibe, S. C., Edogbanya, O. H., (2013), **Cranl-Nicholson Method for Solving Parabolic Partial Differential Equatons**, IJA2M 1(3), Hal.8-23.
- [12] Brandimarte, P., (2002), **Numerical Methods in Finance**, New Jersey: John Wiley Sons, Inc.
- [13] Hull, J., White, A., (1990), **"Valuing Derivative Securities the Explicit Finite Difference Method"**, Journal of Financial and Quantitatives Analysis: VOL 25. 87-100.
- [14] Anton, H., (1992), **"Aljabar Linier Elemneter"**, Erlangga, Jakarta.

LAMPIRAN



## LAMPIRAN A

### Listing Program Perhitungan Harga *Futures Contract*

```

clc; clear all;
%-----PENENTUAN HARGA KONTRAK FUTURES MINYAK MENTAH-----
%-----MENGUNAKAN METODE BEDA HINGGA IMPLISIT-----
p=input('Masukan nilai spot price maksimal (P): ');
while 1
    delta=input('Masukan nilai convenience yield maksimal (delta>0): ');
    if delta >0, break, end
end
m=input('Masukan banyak grid yang diinginkan : ');
dp=p/(m-1); ddelta=delta/(m-1); dt=1;

%memasukan parameter
rho=1;
a=3;
gt=0.03;
sigma1=1.5;
sigma2=5;
r=0.04;
t=1;
%mendapatkan persamaan-persamaan
%persamaan yang tidak mengandung i maupun j
M=(-1)/(dt);
n=m-1;

%persamaan-persamaan dalam matriks yang mengandung i dan j
for j=1:n
    for i=1:n
        A(i,j)=(((sigma1^2)*(j)*(i^2)*(ddelta))/(2))+(i*r)-(i*j*ddelta))/M;
        B(i,j)=((-sigma1^2)*j*ddelta*(i^2))-(i*r)+(i*j*ddelta)-
            ((sigma2^2)*(j^3)*ddelta)-(a*j*gt)+(a*(j^2)*ddelta)-(1/dt))/M;
        C(i,j)=((sigma1^2)*j*ddelta*(i^2))/2)/M;
        G(i,j)=(rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta)/4)/M;
        K(i,j)=(-rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta)/4)/M;
        H(i,j)=(-(rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta))/4)/M;
        L(i,j)=((rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta))/4)/M;
    end
end

%persamaan -persamaan dalam matriks yang mengandung j
for j=1:n
    D(j)=(((sigma2^2)*(j^3)*ddelta)/2)+(a*j*gt)-(a*(j^2)*ddelta))/M;
    E(j)=(((sigma2^2)*(j^3)*ddelta)/2)/M;
end

```

```

%membangun matrik Z
jml=m^2;
Z=eye(jml); %matriks identitas ukuran jml
k=1;
c=1;
d=1;
e=1;
l=1;
h=1;
b=1;
kk=1;
aa=1;
g=1;

%iterasi berjalan sesuai dengan rumus awal
for i=1:jml
    if i>2*m && mod(i,m)==2 && k<n
        k=k+1; % untuk berjalannya i pada msg2 koefisien
    end
    for j=1:jml

        if i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==1
            e=1;
            Z(i,j)=E(e);
            e=e+1; %untuk E1
        elseif i>=m+2 && i-j==1 && e<n
            Z(i,j)=E(e);
            e=e+1; %untuk E2
        elseif i>=m+2 && i-j==1 && e==n
            Z(i,j)=E(e);
            e=1; %untuk E3

        elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==-1
            d=1;
            Z(i,j)=D(d);
            d=d+1; %untuk D1
        elseif i>=m+2 && i-j==-1 && d<n
            Z(i,j)=D(d);
            d=d+1; %untuk D2
        elseif i>=m+2 && i-j==-1 && d==n
            Z(i,j)=D(d);
            d=1; %untuk D3

```



```

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==m
    c=1;
    Z(i,j)=C(k,c);
    c=c+1; %untuk C11,C12,C13
elseif i>=m+2 && i-j==m && c<n
    Z(i,j)=C(k,c);
    c=c+1; %untuk C21,C22,C23
elseif i>=m+2 && i-j==m && c==n
    Z(i,j)=C(k,c);
    c=c+1; %untuk C31,C32,C33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==m+1
    l=1;
    Z(i,j)=L(k,l);
    l=l+1; %untuk L11, L12, L13
elseif i>=m+2 && i-j==m+1 && l<n
    Z(i,j)=L(k,l);
    l=l+1; %untuk L21, L22, L23
elseif i>=m+2 && i-j==m+1 && l==n
    Z(i,j)=L(k,l);
    l=l+1; %untuk L31, L32, L33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==m-1
    h=1;
    Z(i,j)=H(k,h);
    h=h+1; %untuk H11, H12, H13
elseif i>=m+2 && i-j==m-1 && h<n
    Z(i,j)=H(k,h);
    h=h+1; %untuk H21,H22, H23
elseif i>=m+2 && i-j==m-1 && h==n
    Z(i,j)=H(k,h);
    h=h+1; %untuk H31, H32, H33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==0
    b=1;
    Z(i,j)=B(k,b);
    b=b+1; %untuk B11, B12, B13
elseif i>=m+2 && i-j==0 && b<n
    Z(i,j)=B(k,b);
    b=b+1; %untuk B21,B22, B23

```

```

elseif i>=m+2 && i-j==0 && b==n
    Z(i,j)=B(k,b);
    b=b+1; %untuk B31, B32, B33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==1-m
    kk=1;
    Z(i,j)=K(k,kk);
    kk=kk+1; %untuk K11, K12, K13
elseif i>=m+2 && i-j==1-m && kk<n
    Z(i,j)=K(k,kk);
    kk=kk+1; %untuk K21,K22, K23
elseif i>=m+2 && i-j==1-m && kk==n
    Z(i,j)=K(k,kk);
    kk=kk+1; %untuk K31, K32, K33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j== -m
    aa=1;
    Z(i,j)=A(k,aa);
    aa=aa+1; %untuk A11, A12, A13
elseif i>=m+2 && i-j== -m && aa<n
    Z(i,j)=A(k,aa);
    aa=aa+1; %untuk A21,A22, A23
elseif i>=m+2 && i-j== -m && aa==n
    Z(i,j)=A(k,aa);
    aa=aa+1; %untuk A31, A32, A33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j== -1-m
    g=1;
    Z(i,j)=G(k,g);
    g=g+1; %untuk G11, G12, G13
elseif i>=m+2 && i-j== -1-m && g<n
    Z(i,j)=G(k,g);
    g=g+1; %untuk G21,G22, G23
elseif i>=m+2 && i-j== -1-m && g==n
    Z(i,j)=G(k,g);
    g=g+1; %untuk G31, G32, G33

end
end
end

```

```

%mengatur syarat batas yg dihilangkan (syarat sebelah kanan dan atas)
kk=0;
%mengatur space
for i=2*m:m:jml-m
    kk=kk+1;
    ll=m-1;
    for j=1:jml
        if i==(kk+1)*m && i-j==m+1
            Z(i,j)=L(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==m
            Z(i,j)=C(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==1
            Z(i,j)=E(ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==0
            Z(i,j)=B(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==1-m
            Z(i,j)=K(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==-m
            Z(i,j)=A(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m+1 && i==j
            Z(i,j)=1;
        else
            Z(i,j)=0;
        end
    end
end

% menggabungkan keseluruhan matriks Z
Z1=Z(1:jml-(m-1),1:jml);
Z2=eye(m-1,m-1);
Z3=zeros(m-1,jml-(m-1));
Z4=[Z3,Z2];
ZZ=[Z1;Z4];

% membenarkan syarat batas yg ditengah agar semua kolom bernilai 0 sedangkan
% kolom yg bersesuaian dgn syarat batas bernilai 1
for i=2*m+1:m:jml
    for j=1:jml
        if i==j
            ZZ(i,j-1)=0;
            ZZ(i,j+1)=0;
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end

% mengubah koef matriks pada baris terakhir (pada syarat batas atas)
nn=0;
for i=(m-1)*m+2:jml
    nn=nn+1;
    for j=1:jml
        if i<=jml && i-j==m+1
            ZZ(i,j)=L((m-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==m
            ZZ(i,j)=C((m-1),nn);
        elseif i<jml && i-j==(m-1)
            ZZ(i,j)=H((m-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==1
            ZZ(i,j)=E(nn);
        elseif i<=jml && i-j==0
            ZZ(i,j)=B((m-1),nn);
        elseif i<jml && i-j==-1
            ZZ(i,j)=D(nn);
        else
            ZZ(i,j)=0;
        end
    end
end
end
ZZ;

%ploting grafik
x=linspace(0,p,m);
y=linspace(0,delta,m);

% input syarat batas dan syarat awal --> pembuatan matrik yg pangkat (n-1)
for i=1:m
    for j=1:m
        if j==1 && i<=m
            F(i,j)=(i-1)*dp*exp(z*dt*(t-1)); %untuk syarat yang bawah (j=1,dlm matlab)
        else
            F(i,j)=(i-1)*dp; %untuk di dalam nya (dikelilingi oleh 1,2,3,4) (syarat awal,t=0)
        end
    end
end
end
end

```

```

%mengubah matriks yg pangkatnya (n-1) yg semula 4*4 menjadi 16*1
xk=[];
for j=1:m
    xk=[xk;F(j,:)']; % mengubah matriks menjadi vektor kolom
end

xk=ZZ\xk;
ns=0;
F=[];
for k=1:m
    s=k*m;
    F=[F;xk(ns+1:s,1)']; % mengubah vektor kolom menjadi matriks
    ns=s;
end

for k=1:m
    F(1,k)=0;
end

plot(x,F) %banyaknya garis yang muncul berdasarkan variasi partisi delta
Legend=cell(m,1);
for iter=1:m
    Legend{iter}=strcat('delta= ', num2str(y(iter)));
end
legend(Legend)
title('Simulasi Harga Futures Contract Komoditas Minyak Mentah dengan Metode Implisit');
xlabel('P (Spot Price)'); ylabel('F (Futures Price)');
grid on

```



## LAMPIRAN B

### GUI Perhitungan Harga *Futures Contract*

```

function varargout = GUI1(varargin)
% GUI1 M-file for GUI1.fig
%     GUI1, by itself, creates a new GUI1 or raises the existing
%     singleton*.
%
%     H = GUI1 returns the handle to a new GUI1 or the handle to
%     the existing singleton*.
%
%     GUI1('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
%     function named CALLBACK in GUI1.M with the given input arguments.
%
%     GUI1('Property','Value',...) creates a new GUI1 or raises the
%     existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
%     applied to the GUI before GUI1_OpeningFcn gets called. An
%     unrecognized property name or invalid value makes property application
%     stop. All inputs are passed to GUI1_OpeningFcn via varargin.
%
%     *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
%     instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES
% Edit the above text to modify the response to help GUI1
% Last Modified by GUIDE v2.5 07-Jun-2017 12:23:10
% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn',   @GUI1_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',    @GUI1_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',    [] , ...
                  'gui_Callback',     []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

```

```

% --- Executes just before GUI1 is made visible.
function GUI1_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin    command line arguments to GUI1 (see VARARGIN)

% Choose default command line output for GUI1
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes GUI1 wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);
handles.gambar=imread('ITS.png');
axes(handles.axes2);
imshow(handles.gambar);

handles.gambar2=imread('matematika.png');
axes(handles.axes3);
imshow(handles.gambar2);

background = axes('unit','normalized','position',[0 0 1 1]);
cover=imread('bc.jpg');imagesc(cover);
set(background,'handlevisibility','off','visible','off');
uistack(background,'bottom');

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = GUI1_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

```



```

function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit1 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit1 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit2 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit2 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit3 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit3 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

global p delta m

p = str2num(get(handles.edit5,'string'));
delta = str2num(get(handles.edit2,'string'));
m = str2num(get(handles.edit3,'string'));

if delta<=0
    warndlg('Nilai Delta harus lebih dari 0','!! Warning !!')
else

    dp=p/(m-1); ddelta=delta/(m-1); dt=1;

%memasukan parameter
rho=1;
a=3;
gt=0.03;
sigma1=1.5;
sigma2=5;
r=0.04;
t=1;

```

```

%mendapatkan persamaan-persamaan
%persamaan yang tidak mengandung i maupun j
M=(-1)/(dt);
n=m-1;

%persamaan-persamaan dalam matriks yang mengandung i dan j
for j=1:n
    for i=1:n % 2 merupakan batas dari grid, misal n=5 maka grid ke 0 dan 4 adalah batas
        A(i,j)=(((sigma1^2)*(j)*(i^2)*(ddelta))/(2))+ (i*r)-(i*j*ddelta))/M;
        B(i,j)=((-sigma1^2)*j*ddelta*(i^2))-(i*r)+(i*j*ddelta)-((sigma2^2)*(j^3)*ddelta)-
            (a*j*gt)+(a*(j^2)*ddelta)-(1/dt))/M;
        C(i,j)=(((sigma1^2)*j*ddelta*(i^2))/2)/M;
        G(i,j)=(rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta)/4/M;
        K(i,j)=(-(rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta)/4)/M;
        H(i,j)=(-(rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta))/4/M;
        L(i,j)=((rho*sigma1*sigma2*i*(j^2)*ddelta))/4/M;
    end
end

%persamaan -persamaan dalam matriks yang mengandung j
for j=1:n
    D(j)=(((sigma2^2)*(j^3)*ddelta)/2)+(a*j*gt)-(a*(j^2)*ddelta))/M;
    E(j)=(((sigma2^2)*(j^3)*ddelta)/2)/M;
end
%membangun matrik Z
jml=m^2;
Z=eye(jml); %matriks identitas ukuran jml
k=1;
c=1;
d=1;
e=1;
l=1;
h=1;
b=1;
kk=1;
aa=1;
g=1;

```

```

%iterasi berjalan sesuai dengan rumus awal
for i=1:jml
    if i>2*m && mod(i,m)==2 && k<n
        k=k+1; % untuk berjalannya i pada msg2 koefisien
    end
    for j=1:jml
        if i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==1
            e=1;
            Z(i,j)=E(e);
            e=e+1; %untuk E1
        elseif i>=m+2 && i-j==1 && e<n
            Z(i,j)=E(e);
            e=e+1; %untuk E2
        elseif i>=m+2 && i-j==1 && e==n
            Z(i,j)=E(e);
            e=1; %untuk E3

        elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j== -1
            d=1;
            Z(i,j)=D(d);
            d=d+1; %untuk D1
        elseif i>=m+2 && i-j== -1 && d<n
            Z(i,j)=D(d);
            d=d+1; %untuk D2
        elseif i>=m+2 && i-j== -1 && d==n
            Z(i,j)=D(d);
            d=1; %untuk D3

        elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==m
            c=1;
            Z(i,j)=C(k,c);
            c=c+1; %untuk C11,C12,C13
        elseif i>=m+2 && i-j==m && c<n
            Z(i,j)=C(k,c);
            c=c+1; %untuk C21,C22,C23
        elseif i>=m+2 && i-j==m && c==n
            Z(i,j)=C(k,c);
            c=c+1; %untuk C31,C32,C33
    end
end

```

```

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==m+1
    l=1;
    Z(i,j)=L(k,l);
    l=l+1; %untuk L11, L12, L13
elseif i>=m+2 && i-j==m+1 && l<n
    Z(i,j)=L(k,l);
    l=l+1; %untuk L21, L22, L23
elseif i>=m+2 && i-j==m+1 && l==n
    Z(i,j)=L(k,l);
    l=l+1; %untuk L31, L32, L33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==m-1
    h=1;
    Z(i,j)=H(k,h);
    h=h+1; %untuk H11, H12, H13
elseif i>=m+2 && i-j==m-1 && h<n
    Z(i,j)=H(k,h);
    h=h+1; %untuk H21, H22, H23
elseif i>=m+2 && i-j==m-1 && h==n
    Z(i,j)=H(k,h);
    h=h+1; %untuk H31, H32, H33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==0
    b=1;
    Z(i,j)=B(k,b);
    b=b+1; %untuk B11, B12, B13
elseif i>=m+2 && i-j==0 && b<n
    Z(i,j)=B(k,b);
    b=b+1; %untuk B21, B22, B23
elseif i>=m+2 && i-j==0 && b==n
    Z(i,j)=B(k,b);
    b=b+1; %untuk B31, B32, B33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==1-m
    kk=1;
    Z(i,j)=K(k,kk);
    kk=kk+1; %untuk K11, K12, K13
elseif i>=m+2 && i-j==1-m && kk<n
    Z(i,j)=K(k,kk);
    kk=kk+1; %untuk K21, K22, K23

```

```

elseif i>=m+2 && i-j==1-m && kk==n
    Z(i,j)=K(k,kk);
    kk=kk+1; %untuk K31, K32, K33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==--m
    aa=1;
    Z(i,j)=A(k,aa);
    aa=aa+1; %untuk A11, A12, A13
elseif i>=m+2 && i-j==--m && aa<n
    Z(i,j)=A(k,aa);
    aa=aa+1; %untuk A21,A22, A23
elseif i>=m+2 && i-j==--m && aa==n
    Z(i,j)=A(k,aa);
    aa=aa+1; %untuk A31, A32, A33

elseif i>=m+2 && mod(i,m)==2 && i-j==--1-m
    g=1;
    Z(i,j)=G(k,g);
    g=g+1; %untuk G11, G12, G13
elseif i>=m+2 && i-j==--1-m && g<n
    Z(i,j)=G(k,g);
    g=g+1; %untuk G21,G22, G23
elseif i>=m+2 && i-j==--1-m && g==n
    Z(i,j)=G(k,g);
    g=g+1; %untuk G31, G32, G33

end
end
end

```

```

%mengatur syarat batas yg dihilangkan (syarat sebelah kanan dan atas)
kk=0;
%mengatur space
for i=2*m:m:jml-m
    kk=kk+1;
    ll=m-1;
    for j=1:jml
        if i==(kk+1)*m && i-j==m+1
            Z(i,j)=L(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==m
            Z(i,j)=C(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==1
            Z(i,j)=E(ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==0
            Z(i,j)=B(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==1-m
            Z(i,j)=K(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m && i-j==--m
            Z(i,j)=A(kk,ll);
        elseif i==(kk+1)*m+1 && i==j
            Z(i,j)=1;
        else
            Z(i,j)=0;
        end
    end
end

% menggabungkan keseluruhan matriks Z
Z1=Z(1:jml-(m-1),1:jml);
Z2=eye(m-1,m-1);
Z3=zeros(m-1,jml-(m-1));
Z4=[Z3,Z2];
ZZ=[Z1;Z4];

```

```

%membenarkan syarat batas yg ditengah agar semua kolom bernilai 0 sedangkan
%kolom yg bersesuaian dgn syarat batas bernilai 1
for i=2*m+1:m:jml
    for j=1:jml
        if i==j
            ZZ(i,j-1)=0;
            ZZ(i,j+1)=0;
        end
    end
end

% mengubah koef matriks pada baris terakhir (pada syarat batas atas)
nn=0;
for i=(m-1)*m+2:jml
    nn=nn+1;
    for j=1:jml
        if i<=jml && i-j==m+1
            ZZ(i,j)=L((m-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==m
            ZZ(i,j)=C((m-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==(m-1)
            ZZ(i,j)=H((m-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==1
            ZZ(i,j)=E(nn);
        elseif i<=jml && i-j==0
            ZZ(i,j)=B((m-1),nn);
        elseif i<=jml && i-j==-1
            ZZ(i,j)=D(nn);
        else
            ZZ(i,j)=0;
        end
    end
end
ZZ;

%ploting grafik
x=linspace(0,p,m);
y=linspace(0,delta,m);

```



```

% input syarat batas dan syarat awal --> pembuatan matrik yg pangkat (n-1)

for i=1:m
for j=1:m
    if j==1 && i<=m
        F(i,j)=(i-1)*dp*exp(r*dt*(t-1)); %untuk syarat yang bawah (j=1,dlm matlab)
    else
        F(i,j)=(i-1)*dp; %untuk di dalam nya (syarat awal,t=0)
    end
end
end

%mengubah matriks yg pangkatnya (n-1) yg semula 4*4 menjadi 16*1
xk=[];
for j=1:m
    xk=[xk;F(j,:)']; % mengubah matriks menjadi vektor kolom
end

xk=ZZ\xk;
ns=0;
F=[];
for k=1:m
    s=k*m;
    F=[F;xk(ns+1:s,1)']; % mengubah vektor kolom menjadi matriks
    ns=s;
end

for k=1:m
    F(1,k)=0;
end

myform=guidata(gcbo);
set(myform.uitable1,'data',F)

axes(handles.axes1);
plot(x,F) %banyaknya garis yang muncul berdasarkan variasi partisi delta
Legend=cell(m,1);
for iter=1:m
    Legend(iter)=strcat('delta= ', num2str(y(iter)));
end
legend(Legend)
%title('Simulasi Harga Futures Contract Komoditas Minyak Mentah dengan Metode Implisit');
xlabel('P (Spot Price)'); ylabel('F (Futures Price)');
grid on

```

```

% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% Construct a questdlg with three options
choice = questdlg('APAKAH ANDA YAKIN RESET','','YA','TIDAK','');
% Handle response
switch choice
    case 'YA'

        set(handles.edit3,'string','');
        set(handles.edit2,'string','');
        set(handles.edit5,'string','');
        set(handles.reset,'enable','on');
        set(handles.hitung,'enable','on');
        cla(handles.axes1);
        axes(handles.axes1);
        xlabel('');
        ylabel('');
        clear all
        clc

        case 'TIDAK'

    end

% --- Executes on button press in pushbutton3.
function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
choice = questdlg('APAKAH ANDA YAKIN KELUAR','','YA','TIDAK','');
% Handle response
switch choice
    case 'YA'
        close
    case 'TIDAK'
end

```

```

% --- Executes on mouse press over axes background.
function axes2_ButtonDownFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to axes2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% --- Executes when entered data in editable cell(s) in uitable1.
function uitable1_CellEditCallback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to uitable1 (see GCBO)
% eventdata  structure with the following fields (see UITABLE)
%   Indices: row and column indices of the cell(s) edited
%   PreviousData: previous data for the cell(s) edited
%   EditData: string(s) entered by the user
%   NewData: EditData or its converted form set on the Data property. Empty if Data was not changed
%   Error: error string when failed to convert EditData to appropriate value for Data
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

function edit5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

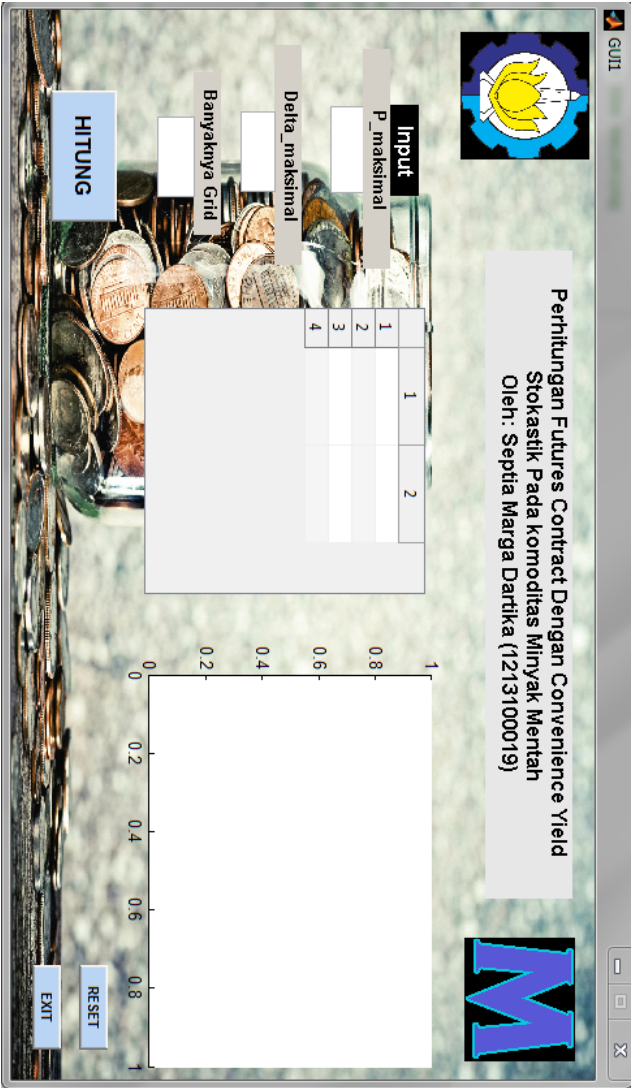
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit5 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit5 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

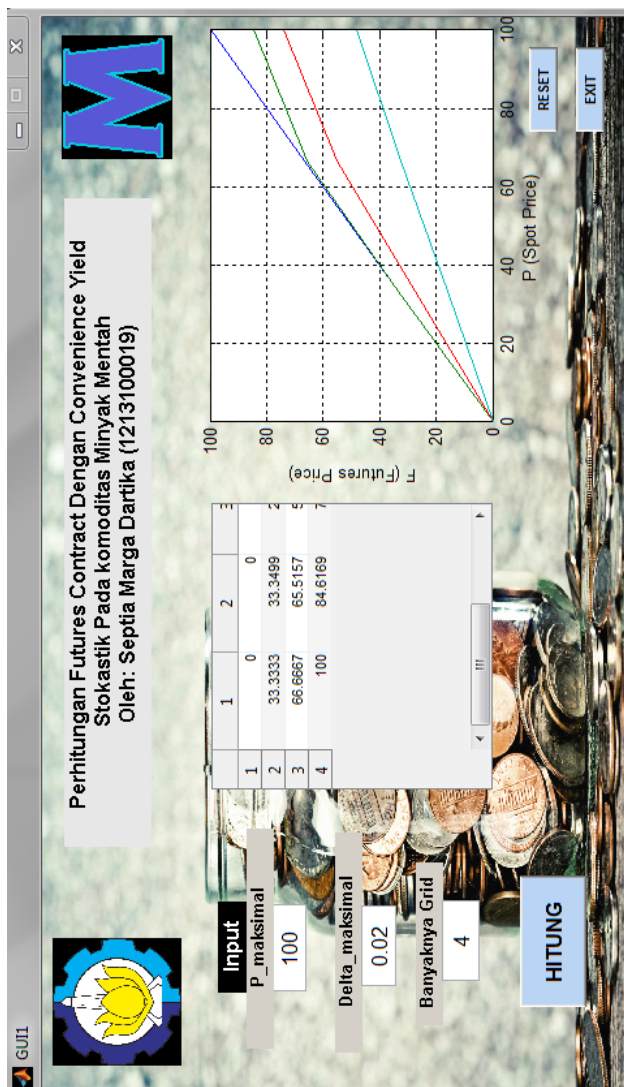
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'), get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

Tampilan GUI awal



Tampilan GUI dengan nilai  $P_{\max} = 100$ ,  $\delta_{\max} = 0.02$ , dan banyaknya grid = 4



Tampilan GUI saat diinputkan nilai  $\delta_{\max} < 0$



**LAMPIRAN C**  
**PENJELASAN TABEL 4.1**

## **LAMPIRAN C (LANJUTAN)**



## LAMPIRAN D

### BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap Septia Marga Dartika, lahir di Blitar, pada 21 September 1994. Terlahir sebagai anak kedua dari 2 bersaudara dari pasangan Iskandar dan Tutik Susilowati. Sejak usia 5 tahun, penulis telah menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Kartika Jaya Kab. Blitar (1999-2001), SD Negeri Kademangan 01 Kab. Blitar (2001-2007), SMP Negeri 2 Blitar Kota Blitar (2007-2010), dan SMA Negeri 1 Blitar Kota Blitar (2010-2013). Kemudian pada tahun 2013, penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya melalui jalur SNMPTN dengan NRP 1213 100 019. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan yang terdiri dari bidang minat Pemodelan dan Riset Operasi dan Pengolahan Data. Selama menempuh pendidikan di ITS, penulis aktif berorganisasi di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika ITS (HIMATIKA) sebagai staf Pengabdian Masyarakat (PENGMAS) (2014-2015) dan staf ahli Community Service (COS) (2015-2016). Penulis juga aktif diberbagai kegiatan sosial kemasyarakatan tingkat institut seperti volunteer Pengajar Tangguh, volunteer kegiatan BEM ITS lainnya

serta big event jurusan Matematika seperti Olimpiade Matematika ITS (OMITS) 2015 dan OMITS 2016, dan lain sebagainya.

Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditunjukan ke penulis melalui email [marga.septia@gmail.com](mailto:marga.septia@gmail.com)